

## ECUACIONES Y SISTEMAS I

1.- Resuelve las ecuaciones y comprueba los resultados:

1)  $\frac{x^2 - 32}{4} + \frac{28}{x^2 - 9} = 0$

2)  $\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{13 + \sqrt{x}}}} = 2$

3)  $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x-1} = 1$

4)  $\frac{3}{x} - \frac{x^2 + 3}{x} = x^3$

5)  $\sqrt{9+x} - 5 = \frac{2x+1}{3}$

6)  $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+6} = \frac{3}{\sqrt{x+3}}$

7)  $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-4} = \frac{x+1}{\sqrt{x+4}}$

8)  $\frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-2}} - \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+5}} = \frac{7}{12}$

9)  $\sqrt{x^2 - 13} + x - 13 = 0$

10)  $\sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{2} + x} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} + x}}$

11)  $\sqrt{x} + \sqrt{x - \frac{1}{4}} = 1$

12)  $\sqrt{x} - \sqrt{x+2} = \frac{6}{\sqrt{x}}$

13)  $2x+1 + \sqrt{x^2 - x + 3} = 0$

## SOLUCIONES

### ECUACIONES RACIONALES E IRRACIONALES

1.- Resuelve las ecuaciones y comprueba los resultados:

1)  $\frac{x^2 - 32}{4} + \frac{28}{x^2 - 9} = 0$  Soluciones  
 $x_1=5, x_2=-5, x_3=4, x_4=-4$

2)  $\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{13 + \sqrt{x}}}} = 2$  Soluciones  
 $x=2601$

3)  $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x-1} = 1$  Soluciones  
 $x_1=1, x_2=5,$

4)  $\frac{3}{x} - \frac{x^2 + 3}{x} = x^3$  Soluciones  
 $x_1=i, x_2=-i,$

5)  $\sqrt{9+x} - 5 = \frac{2x+1}{3} *$  Soluciones  
 $x=-5$

6)  $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+6} = \frac{3}{\sqrt{x+3}}$  Soluciones  
 $x=-2$

7)  $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-4} = \frac{x+1}{\sqrt{x+4}} ***$  Soluciones  
 $x=5$

8)  $\frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-2}} - \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+5}} = \frac{7}{12}$  Soluciones  
 $x=11$

9)  $\sqrt{x^2 - 13} + x - 13 = 0$  Soluciones  
 $x=7$

10)  $\sqrt{x} + \sqrt{\frac{1}{2} + x} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} + x}} ***$  Soluciones  
 $x=1/6$

11)  $\sqrt{x} + \sqrt{x - \frac{1}{4}} = 1 **$  Soluciones  
 $x=25/64$

12)  $\sqrt{x} - \sqrt{x+2} = \frac{6}{\sqrt{x}} ***$  Soluciones  
*no existe solución*

13)  $2x+1 + \sqrt{x^2 - x + 3} = 0 *$  Soluciones  
 $x=-2$

**Resolución:**

1)  $\frac{x^2 - 32}{4} + \frac{28}{x^2 - 9} = 0 \Leftrightarrow \frac{x^4 - 41x^2 + 400}{4(x^2 - 9)} = 0 \Leftrightarrow x^4 - 41x^2 + 400 = 0 \wedge x^2 - 9 \neq 0$

$$x^2 = \frac{41 \pm \sqrt{41^2 - 4 \cdot 1 \cdot 400}}{2} = \frac{41 \pm 9}{2} \left\{ \begin{array}{l} x^2 = 16 \\ x^2 = 25 \end{array} \right. \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \\ x = 5 \\ x = -5 \end{cases} \text{ Existen 4 soluciones reales: } x_1=5, x_2$$

= -5,  $x_3=4$ ,  $x_4=-4$

4)  $\frac{3}{x} - \frac{x^2+3}{x} = x^3 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x} = x^3 \Leftrightarrow -x = x^3$  con  $x \neq 0 \Leftrightarrow x^3+x=0$  y  $x \neq 0 \Leftrightarrow x(x^2+1) = 0$  y  $x \neq 0$

La ecuación  $x(x^2+1) = 0$  tiene una solución real y dos complejas:  $\begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -1 \Leftrightarrow x = \pm i \end{cases}$ ; como debe

cumplirse  $x \neq 0$ , la ecuación dada tiene dos soluciones complejas,  $x_1 = i$ ,  $x_2 = -i$ , y no tiene soluciones reales.

2)  $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}}} = 2 \Rightarrow 1+\sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}} = 4 \Rightarrow \sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}} = 3 \Rightarrow 1+\sqrt{13+\sqrt{x}} = 9 \Rightarrow$   
(1) elevando al cuadrado (1)

.....

$\xRightarrow{(1)}$  .....  $\xRightarrow{(1)}$   **$x=2601$**

9)  $\sqrt{x^2-13} + x - 13 = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-13} = 13-x \Rightarrow x^2-13 = 169-26x+x^2 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x=7$   
(1) elevando al cuadrado

\* De forma similar se resuelve el 5) y el 13).

3)  $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x-1} = 1$

$\Leftrightarrow \sqrt{3x+1} = 1 + \sqrt{2x-1} \Rightarrow 3x+1 = 1 + 2\sqrt{2x-1} + 2x-1 \Leftrightarrow x+1 = 2\sqrt{2x-1} \Rightarrow \dots$   
(1) elevando al cuadrado (1)

Elevando al cuadrado y simplificando resulta  $x^2 - 6x + 5 = 0$ , cuyas soluciones,  $x=1$  y  $x=5$ , son soluciones de la ecuación dada.

\*\* De forma similar se resuelve el 11) 6)  $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+6} = \frac{3}{\sqrt{x+3}} \Rightarrow$

$(\sqrt{x+3})^2 + \sqrt{x+6} \cdot \sqrt{x+3} = 3 \Rightarrow x+3 + \sqrt{(x+6)(x+3)} = 3 \Rightarrow \sqrt{x^2+9x+18} = -x \Rightarrow$   
multiplicando por  $\sqrt{x+3}$  (1)

Elevando al cuadrado y simplificando da como solución  $x = -2$ .

\*\*\* De forma similar se resuelven los ejercicios 7), 10) y 12).

8)  $\frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-2}} - \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+5}} = \frac{7}{12} \Rightarrow \frac{12(\sqrt{x+5})^2}{12\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+5}} - \frac{12(\sqrt{x-2})^2}{12\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+5}} = \frac{7\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+5}}{12\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+5}} \Rightarrow$

$\Rightarrow 12(x+5) - 12(x-2) = 7\sqrt{(x-2)(x+5)}$

$\Rightarrow 84 = 7\sqrt{x^2+3x-10} \Rightarrow 12 = \sqrt{x^2+3x-10} \Rightarrow 144 = x^2+3x-10 \Rightarrow$   
(1)

$\Rightarrow x^2+3x-154=0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+616}}{2} = \frac{-3 \pm 25}{2} = \begin{cases} x = -14 \\ x = 11 \end{cases} \quad \times$